SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

academiacesarvallejo.edu.pe

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Ecuaciones polinomiales II

Docente: Gustavo Poma Quiroz

1. Determine el número de soluciones racionales de $8x^3 - 4x^2 - 34x - 15 = 0$

Resolución:

Factorizamos por divisores binómicos

$$PRR = \pm\left\{\frac{\text{Divisores 15}}{\text{Divisores de 8}}\right\} = \pm\left\{1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{3}{2}; \ldots\right\}$$

	8	−4	−34	−15
$x = -\frac{1}{2}$		−4	4	15
	8	−8	−30	0

La ecuación quedaría:

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)(8x^2 - 8x - 30) = 0$$

$$\left(\frac{2x+1}{2}\right)2(4x^2 - 4x - 15) = 0$$

$$(2x+1)(2x-5)(2x+3) = 0$$

$$x = -1/2\ ; \quad x = 5/2; \quad x = -3/2$$

∴ El número de soluciones racionales es 3

Clave A

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

2.Resuelva la siguiente ecuación y luego determine el producto de las soluciones reales

$$2x^4 - 6x^3 + x^2 - 9x - 3 = 0$$

Resolución:

Podemos intentar factorizar con aspa doble especial

$$P(x) = 2x^4 - 6x^3 + x^2 - 9x - 3$$

$2x^2 \quad 0x \quad +3 \rightarrow 3x^2 (+)$

$x^2 \quad -3x \quad -1 \rightarrow -2x^2$

$0x^2 \leftarrow x^2 \quad (-)$

$$(2x^2 + 3)(x^2 - 3x - 1) = 0$$

$x^2 = -3/2 \quad \vee \quad x^2 - 3x - 1 = 0$

No tiene soluciones reales

Si tiene soluciones reales $(\triangle > 0)$

Usaremos el teorema de Cardano

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

Producto de raíces $= -1$

$\therefore$ Producto de soluciones reales es -1

Clave C

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

3.Determine los valores de k para que la ecuación presente solo raíces reales

$$3x^3 + 7x^2 + (2+3k)x + k = 0$$

Resolución:

Factorizamos por divisores binómicos

$$\text{PRR} = \pm\left\{\frac{\text{Divisores k}}{\text{Divisores de 3}}\right\} = \pm\left\{1; k; \frac{1}{3}; \frac{k}{3}\right\}$$

	3	7	$2+3k$	k
$x=-\frac{1}{3}$		-1	-2	$-k$
	3	6	$3k$	0

La ecuación quedaría:

$$\left(x+\frac{1}{3}\right)(3x^2+6x+3k) = 0$$

$$\left(\frac{3x+1}{3}\right)3(x^2+2x+k) = 0$$

$$(3x+1)(x^2+2x+k) = 0$$

Para que presente solo raíces reales se debe cumplir que $\Delta \geq 0$

$$2^2 - 4k \geq 0$$

$$4 \geq 4k$$

$$1 \geq k$$

$\therefore\ k \in \langle -\infty; 1]$

Clave A

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

4. Si a, b y c son raíces de $2x^3 + 4x^2 + x - 2 = 0$ determine el valor de

$$\frac{1}{a^3 + 2a^2 - 1} + \frac{1}{b^3 + 2b^2 - 1} + \frac{1}{c^3 + 2c^2 - 1}$$

Resolución:

Reemplazando la raíz a en la ecuación

$$2a^3 + 4a^2 + a - 2 = 0$$

$$2a^3 + 4a^2 - 2 = -a$$

$$2(a^3 + 2a^2 - 1) = -a$$

$$\frac{2}{-a} = \frac{1}{a^3 + 2a^2 - 1}$$

Análogamente para las otras raíces, nos quedará

$$\frac{-2}{a} + \frac{-2}{b} + \frac{-2}{c} = -2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

$$= -2\left(\frac{bc + ac + ab}{abc}\right)$$

$ab + bc + ac = \frac{1}{2}$

$abc = 1$

Por el teorema de Cardano

$$\frac{-2}{a} + \frac{-2}{b} + \frac{-2}{c} = -2\left(\frac{1/2}{2/2}\right) = -1$$

Clave C

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

5. Determine el valor de $m+n$ si una raíz de la ecuación polinomial de coeficientes enteros es $\sqrt{3}-1$

$$P(x)=2x^3+5x^2+mx+n=0$$

Resolución:

Se tiene una raíz irracional $x_1=-1+\sqrt{3}$

Por paridad de raíces se tiene otra raíz $x_2=-1-\sqrt{3}$

Por el teorema de Cardano, se tiene

- $x_1+x_2+x_3=-5/2$

$$-1+\sqrt{3}+-1-\sqrt{3}+x_3=-5/2$$

$$x_3=-1/2$$

- $x_1\,x_2x_3=-n/2$

$$(-1+\sqrt{3})(-1-\sqrt{3})(-1/2)=-n/2$$

$$n=-2$$

Reemplazemos la raíz $x_3=-1/2$

$$2\left(\frac{-1}{2}\right)^3+5\left(\frac{-1}{2}\right)^2+m\left(\frac{-1}{2}\right)-2=0$$

$$m=-2$$

$\therefore\ m+n=-4$

$$P(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-(-1-\sqrt{3})\right)\left(x-(-1+\sqrt{3})\right)$$

$$=2x^3+5x^2+mx+n$$

$x=1:\quad m+n=-4$

Clave C

6. Si una raíz de la ecuación es $2-i$ determine ab

$$ax^3+bx^2+7x+10=0;\ \{a;b\}\subset\mathbb{R}$$

Resolución:

Se tiene una raíz compleja $x_1=2-i$

Por paridad de raíces se tiene otra raíz $x_2=2+i$

Con las raíces x_1 y x_2 reconstruiremos un factor

$$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2$$

$$=x^2-4x+5$$

Todo factor divide exactamente a su polinomio respectivo

1	a	b	7	10
4		$4a$	$-5a$	
-5		2	8	-10
	a	2	0	0

5	10	7	b (−10)	a (3)
4		8	−2	
−1		15	12	−3
	2	3	0	0

$\rightarrow 7-5a+8=0 \quad \rightarrow a=3$

$\rightarrow b+4a=2 \quad \rightarrow b=-10$

$\therefore ab=-30$

Clave E

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

7. Al resolver la siguiente ecuación se obtiene α como solución

$$\frac{1}{2x-3}-\frac{3}{2x^2-3x}=\frac{5}{x}$$

Determine el valor de $9\alpha^2-2$

Resolución:

Garantizamos la existencia de las fracciones

$2x-3\neq 0;\ \ 2x^2-3x\neq 0;\ \ x\neq 0$



$x\neq 3/2\ \ \wedge\ \ x\neq 0$

Operamos

$$\frac{1x}{(2x-3)x}-\frac{3}{x(2x-3)}=\frac{5}{x}$$

$$\frac{x-3}{x(2x-3)}=\frac{5}{x}\qquad (x\neq 0)$$

$$x-3=10x-15$$

$$x=4/3$$

$$\therefore\ 9\left(\frac{4}{3}\right)^2-2=14$$

Clave C

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

8. Determine el cardinal del conjunto solución

$$\frac{1}{x^2+5x+6}+\frac{1}{x^2+7x+12}+\frac{1}{x^2+9x+20}=\frac{x+4}{x+5}$$

Resolución:

Factorizando por aspa simple

$$\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+4)}+\frac{1}{(x+4)(x+5)}=\frac{x+4}{x+5}$$

Garantizamos la existencia de las fracciones

$x \neq -2;\ x \neq -3;\ \ x \neq -4;\ x \neq -5$

$$\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+5}=\frac{x+4}{x+5}$$

$$\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+5}=\frac{x+4}{x+5}$$

$$\frac{3}{(x+2)(x+5)}=\frac{x+4}{x+5}$$

$$\frac{3}{(x+2)}=x+4$$

$$3=(x+4)(x+2)$$

$x=-1$ Si es solución $\vee$ $x=-5$ No cumple la existencia de la fracción

$\therefore$ El cardinal del CS es 1

Clave D

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

9. La ecuación $\frac{x^2+3x}{5x+12}=\frac{m-1}{m+1}$ en x, tiene raíces de signos opuestos y el mismo valor absoluto. Determine las siguientes proposiciones

Resolución:

Sea $k=\frac{m-1}{m+1}$ entonces

$$\frac{x^2+3x}{5x+12}=k; \quad x\neq -12/5$$

$$x^2+3x=5kx+12k$$

$$x^2+(3-5k)x-12k=0$$

Por dato, sus raíces son α y $-\alpha$

Por Cardano: $-\alpha+\alpha=-(3-5k)$

$$0=-(3-5k)$$

$$k=3/5 \quad \leftrightarrow \quad \frac{m-1}{m+1}=\frac{3}{5}$$

$$\therefore\ m=4$$

I. $m<3$ **F**

II. $m\in[2;6]$ **V**

III. $m\in[5;10]$ **F**

Clave B

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe